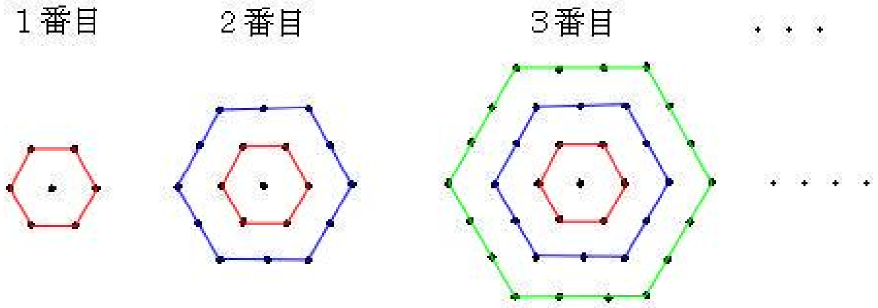
答



点の増えるパターンを上図のように見る。1番目は、中央の点を囲んで赤の六角形があるが、赤の六角形においては点はその頂点にのみ存在する。2番目は、1番目に加えて青の六角形が加わるが、この六角形は頂点と頂点の間に点が1個づつ存在する。3番目は、2番目に加えて緑の六角形が加わるが、この六角形は頂点と頂点の間に点が2個づつ存在する。

上図および文章の方法で点を配置する方法を、以下のように示すことにする。

1 回目　点をひとつ置く。

2 回目　1回目に置いた辺の周囲に、六角形の頂点位置に点を置く。

3 回目　2回目に置いた六角形の周囲に、六角形の頂点位置と頂点間にひとつづつ点を置く。

4 回目　3回目に置いた六角形の周囲に、六角形の頂点位置と頂点間に2個づつ点を置く。

5 回目　4回目に置いた六角形の周囲に、六角形の頂点位置と頂点間に3個づつ点を置く。

6 回目～　以下同様。

問題中の「1 **番**目」と、上の「1 **回**目」とは 1 つづつずれていて、たとえば「**3 番**目」は「**4 回**目」と等しい。

1 回目からの点の数を考えると、上文を数式で記述して、以下のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
\left(1\text{ 回目}\right) &= 1\\
\left(2\text{ 回目}\right) &= 1 + 6 \times 1 = 1 + 6 = 7\\
\left(3\text{ 回目}\right) &= \left(2\text{ 回目}\right) + 6 \times 2 = 7 + 12 = 19\\
\left(4\text{ 回目}\right) &= \left(3\text{ 回目}\right) + 6 \times 3 = 19 + 18 = 37\\
\left(5\text{ 回目}\right) &= \left(4\text{ 回目}\right) + 66 \times 4 = 37 + 24 = 61
\end{aligned}
\tag{1}
$$

このとき、(1) を、以下のように書き直すことができる。

$$
\begin{aligned}
\left(1\text{ 回目}\right) &= 1\\
\left(2\text{ 回目}\right) &= 1 + 6 = 7\\
\left(3\text{ 回目}\right) &= 1 + 6 + (6 + 6) = 19\\
\left(4\text{ 回目}\right) &= 1 + 6 + (6 + 6) + (6 + 6 + 6) = 37\\
\left(5\text{ 回目}\right) &= 1 + 6 + (6 + 6) + (6 + 6 + 6) + (6 + 6 + 6 + 6) = 61
\end{aligned}
\tag{2}
$$

(2) を見ると、99 番目 = 100 回目は以下のようになっていると考えられる。

$$
\left(99\text{ 番目}\right) = 1 + \overbrace{6 + (6 + 6) + (6 + 6 + 6) + \cdots + (\underbrace{6 + 6 + 6 + \cdots + 6 + 6 + 6}_{6\text{ が }99\text{ 個}})}^{\text{全部で }99\text{ 項}}
\tag{3}
$$

このとき、$\left(99\text{ 番目}\right) - 1$ が、6 を何個足し合わせたものかを考えると、足される 6 の個数は $(1 + 2 + 3 + \cdots + 97 + 98 + 99)$ 個である。これは、

$$
\begin{aligned}
1+2+3+\cdots+97+98+99 &= (1+99)+(2+98)+\cdots+(48+52)+(49+51)+50 \\
&= 100\times 49+50 = 4900+50 = 4950 \qquad (4)
\end{aligned}
$$

(4) より、99 番目の点の数を表す (3) 式中の 6 の個数は 4950 個である。よって、

$$\left(99\text{番目}\right) = 1+(6\times 4950) = 29701 \qquad (5)$$

(5) より、

答：29701 個

次に、1 番目、2 番目……と独立した図を 99 番目まで書いたときに並べる点の数を考える。(1) を見返すと、

$$
\begin{aligned}
\left(1\text{回目}\right) &= 1 \\
\left(2\text{回目}\right) &= 1+6\times 1 = 1+6 = 7 \\
\left(3\text{回目}\right) &= \left(2\text{回目}\right)+6\times 2 = 7+12 = 19 \\
\left(4\text{回目}\right) &= \left(3\text{回目}\right)+6\times 3 = 19+18 = 37 \\
\left(5\text{回目}\right) &= \left(4\text{回目}\right)+66\times 4 = 37+24 = 61 \qquad (6)
\end{aligned}
$$

このとき、1 回目からある回数までの点の数の総和を考えると、

$$
\begin{aligned}
\left(1\text{回目}\right) &= 1 \\
\left(1\sim 2\text{回目}\right) &= 1+7 = 8 = 2\times 2\times 2 \\
\left(1\sim 3\text{回目}\right) &= 8+19 = 27 = 3\times 3\times 3 \\
\left(1\sim 4\text{回目}\right) &= 27+37 = 64 = 4\times 4\times 4 \\
\left(1\sim 5\text{回目}\right) &= 64+61 = 125 = 5\times 5\times 5 \qquad (7)
\end{aligned}
$$

よって、99 番目 = 100 回目まで書いたときの点の数は、$100 \times 100 \times 100$ から 1 回目（点ひとつだけを置く）を除いたものだと考えられる。

$$100 \times 100 \times 100 - 1 = 1000000 - 1 = 999999 \tag{8}$$

となるので、1 番目から始めて、99 番目までを書くときに置いた点の数は、

答：999999 個